



# A Matemática dos Contactos

Luís Valadares Tavares , Maio. 2014

# 1. Porquê Matemática ?

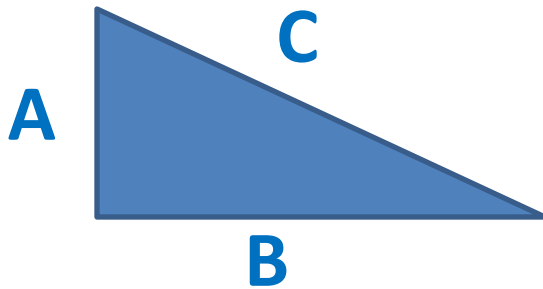


**Descrever o Mundo e Resolver Problemas**

Nº naturais :1,2,3...  $\Longrightarrow$  Contagem Objectos

Nº relativos:-2,-1,0,1,2...  $\Longrightarrow$  Contas Financeiras

Nº irracionais: dimensões geométricas



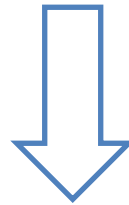
$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

# A Matemática dos Eventos

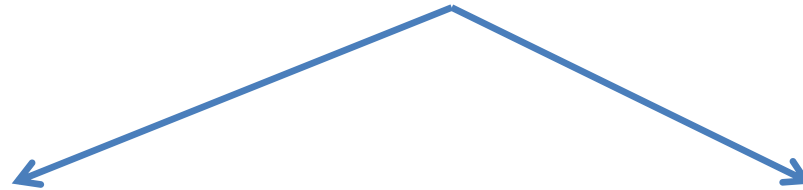


**Teoria das Probabilidades (séc. XVIII )**

## 2. A Matemática dos Contactos



**Call Centres = Gestão de Contactos**



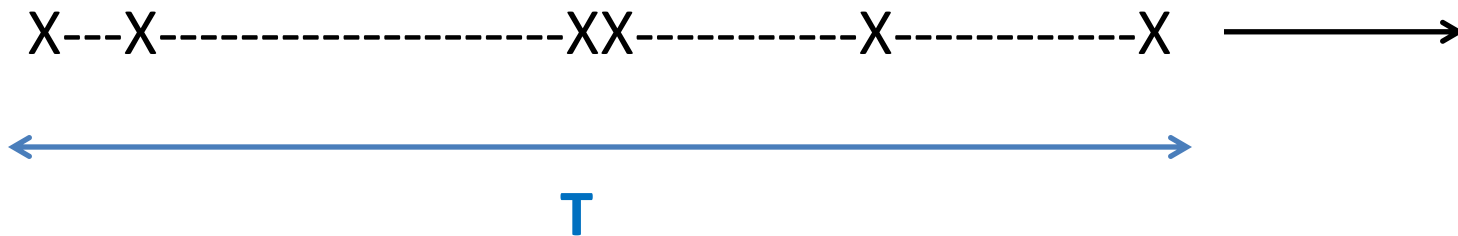
**Ocorrência aleatória**

**O tempo aleatório.**

# Call-Centres



# Processo de Ocorrência dos Contactos



$$P(\text{ocorr. em } \Delta t = 1) = \alpha$$

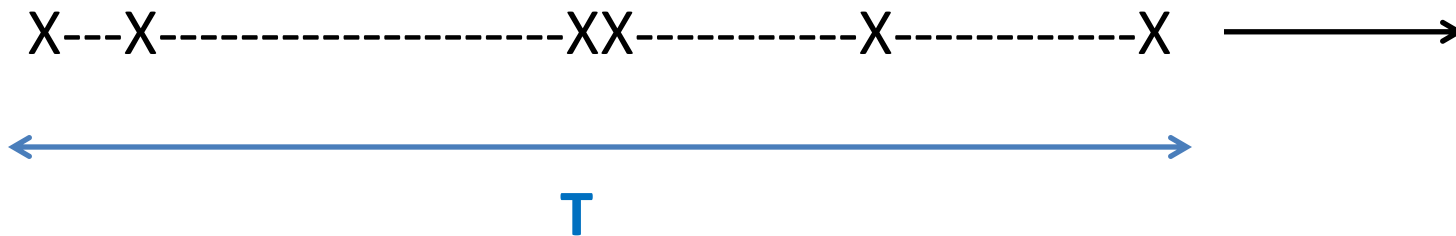
$$\mu(t) = \alpha t$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ com } \lambda = \frac{1}{\alpha}$$

$$\mu(t) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{\lambda^2}$$

# Processo de Ocorrência dos Contactos



Nº Ocorrências  $X$  em  $T$  : Processo de Poisson

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \text{ com } \mu = \alpha t$$

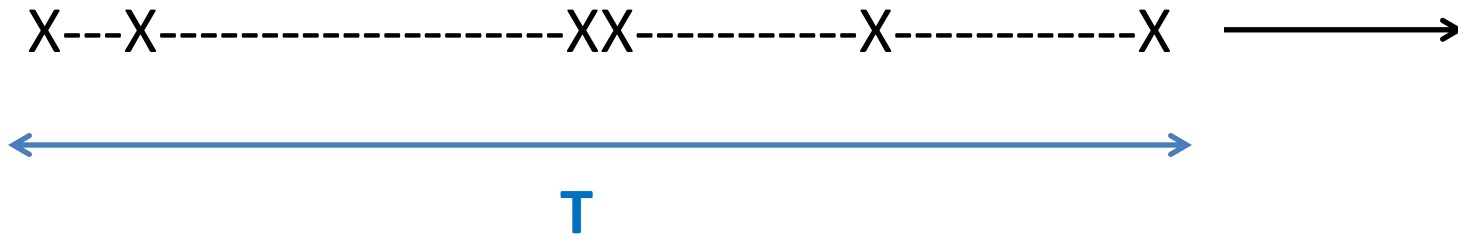




# Agner Krarup Erlang (1878-1929)

## Matemático Dinamarquês

# Processo de Ocorrência dos Contactos



Duração de  $m$  serviços

$$f(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/\alpha}}{(m-1)! \alpha^m}$$

$$\alpha = \frac{1}{\lambda}$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$E(x) = m \alpha$$

$$V(x) = m \alpha^2$$



Distribuição de Erlang

# Processo de Ocorrência dos Contactos



T

$$C = \frac{d^L / L!}{1 + \frac{d^1}{1!} + \frac{d^2}{2!} + \dots + \frac{d^L}{L!}}$$

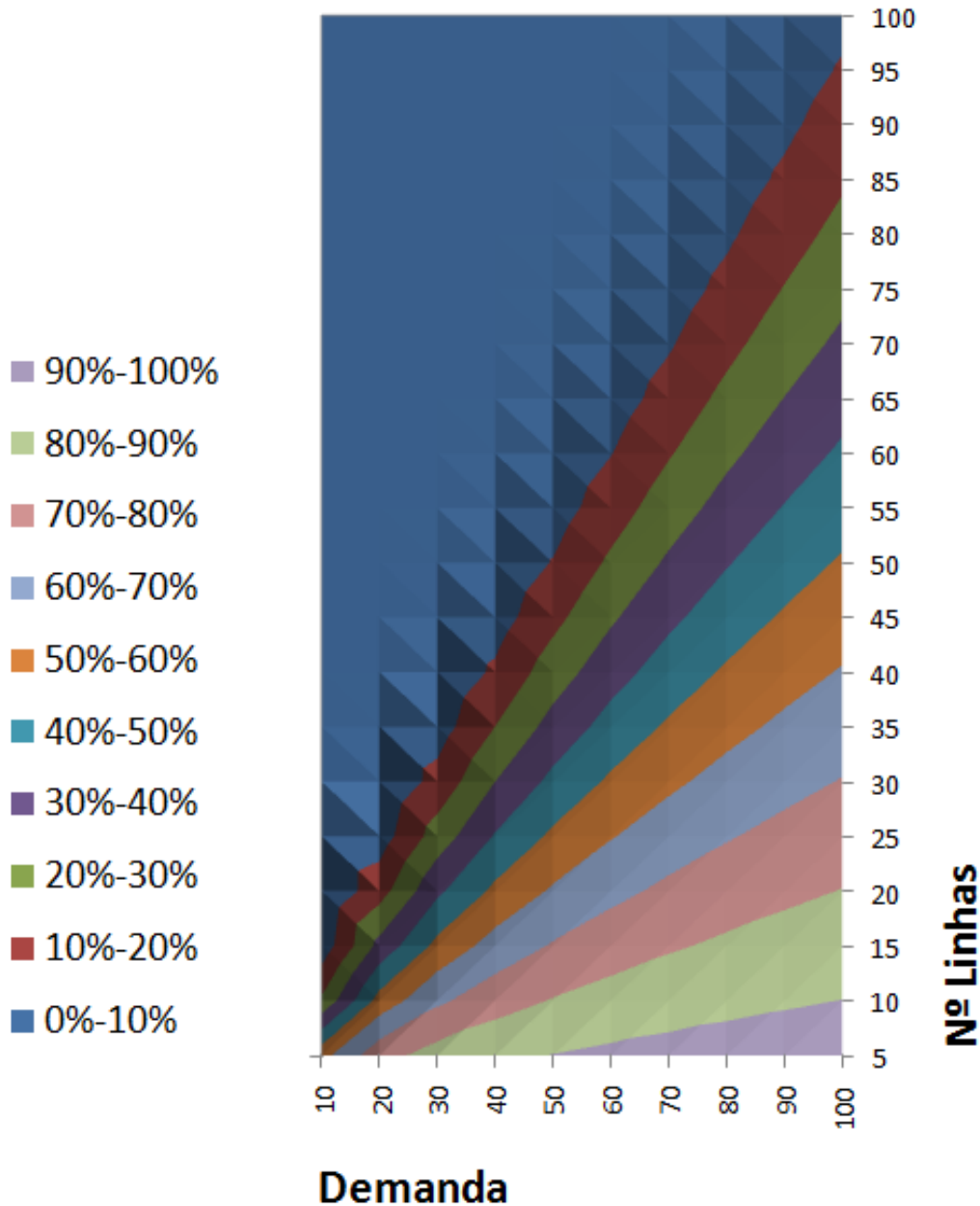


Fórmula de Erlang

d=Demanda → Duração média do atendimento  
demandado total / T  
= “Erlang”

L=Nº operadores

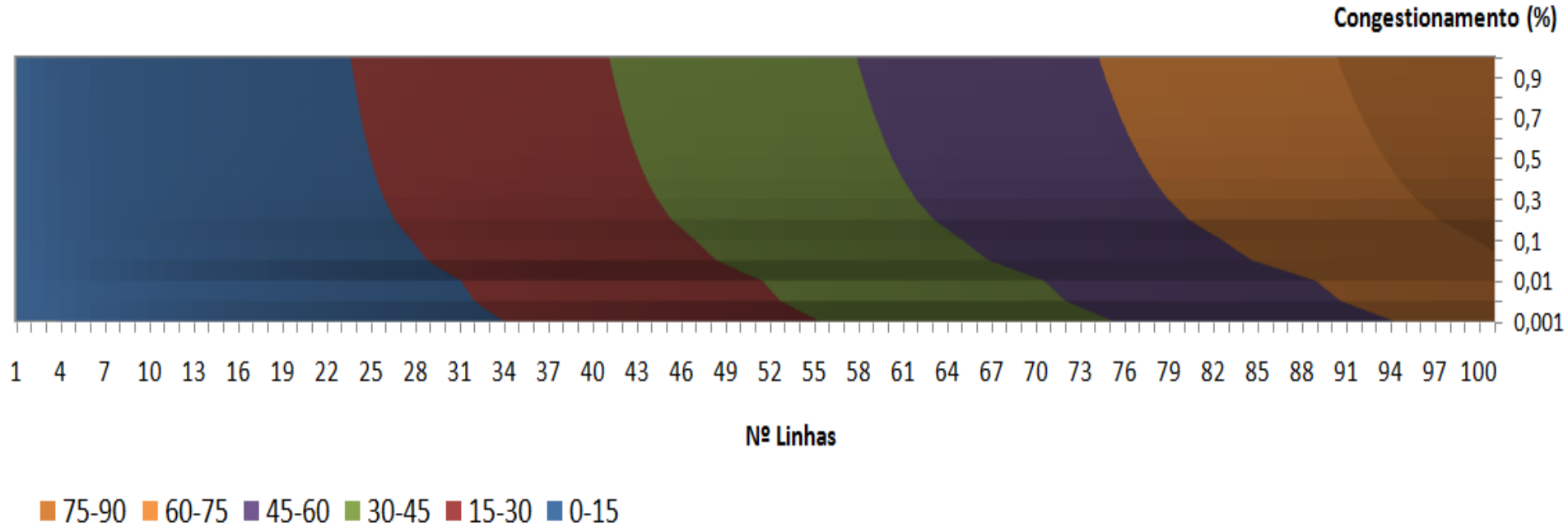
C=Congestionamento  
= % chamadas não atendidas



# Probabilidade de ocorrência de congestionamento

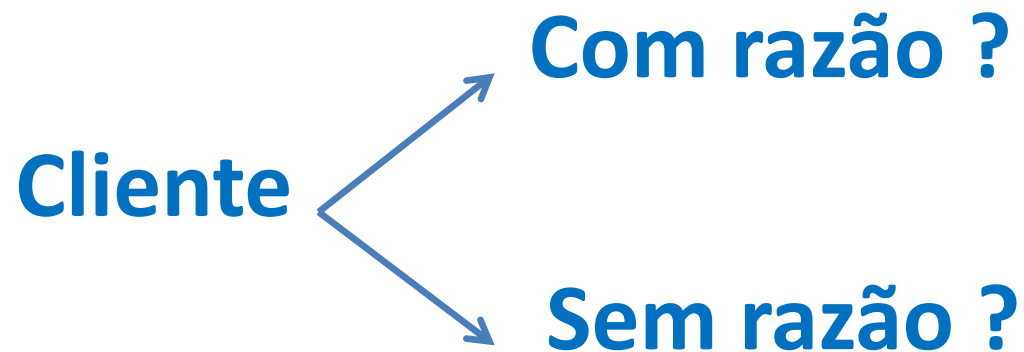


# Demanda para um nº de linhas disponíveis e um congestionamento desejado.





## 3. A Matemática da Decisão





## 2 Tipos de Erro de juízo

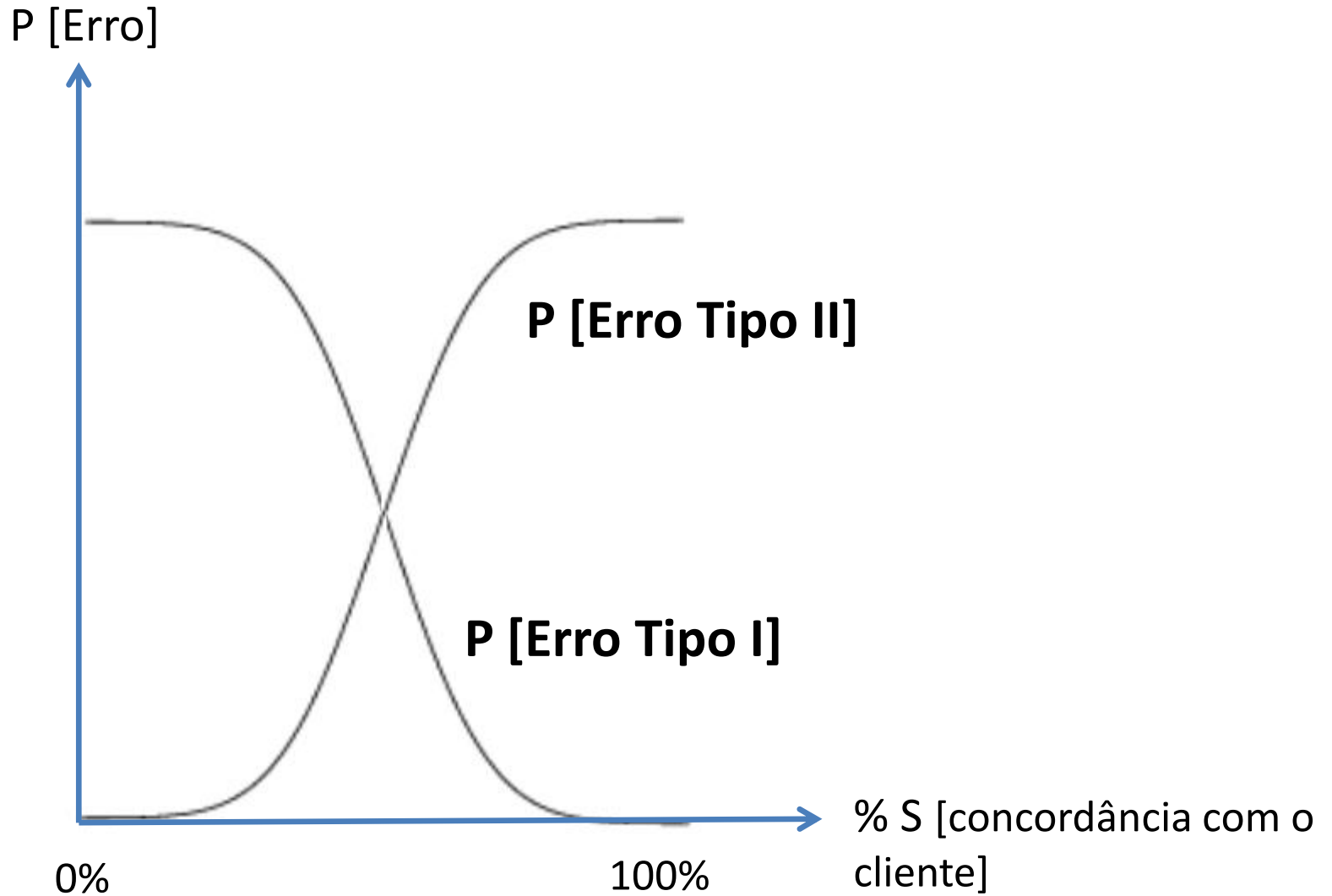
- **Erro Tipo I :**

**Rejeitar a posição do Cliente , tendo razão**

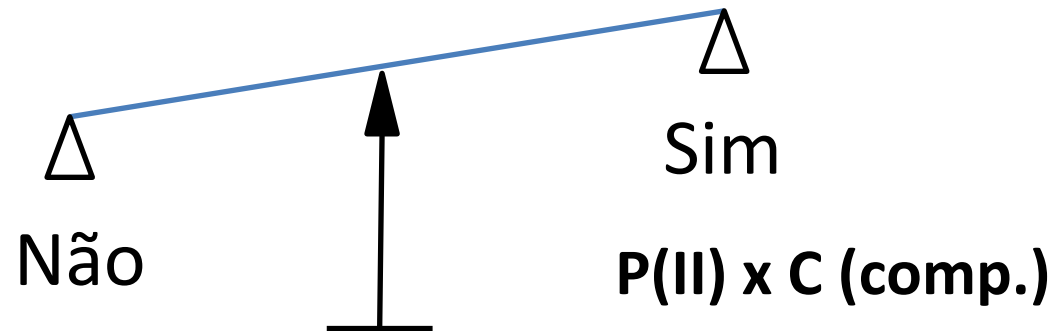
- **Erro Tipo II :**

**Aceitar a posição do Cliente , não tendo razão**

# Probabilidade de Erro



# Qual o S óptimo ?



**C (Gestão/litigância)**

**+**

**Eventuais Perdas de Receita**

**$C(\text{comp}) < L \rightarrow S^* = 100\%$ !**

