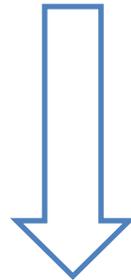




A Matemática dos Contactos

Luís Valadares Tavares , Maio. 2014

1. Porquê Matemática ?

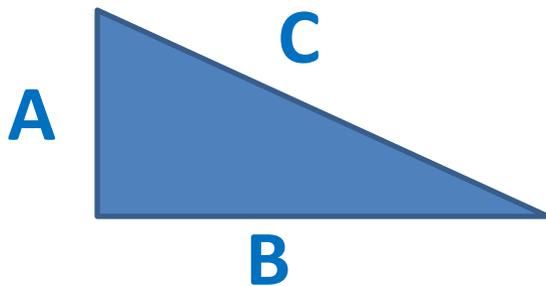


Descrever o Mundo e Resolver Problemas

Nº naturais :1,2,3... \Longrightarrow Contagem Objectos

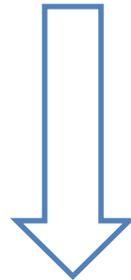
Nº relativos:-2,-1,0,1,2... \Longrightarrow Contas Financeiras

Nº irracionais: dimensões geométricas



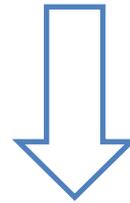
$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

A Matemática dos Eventos

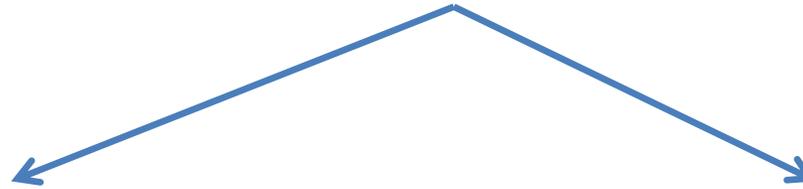


Teoria das Probabilidades (séc. XVIII)

2. A Matemática dos Contactos



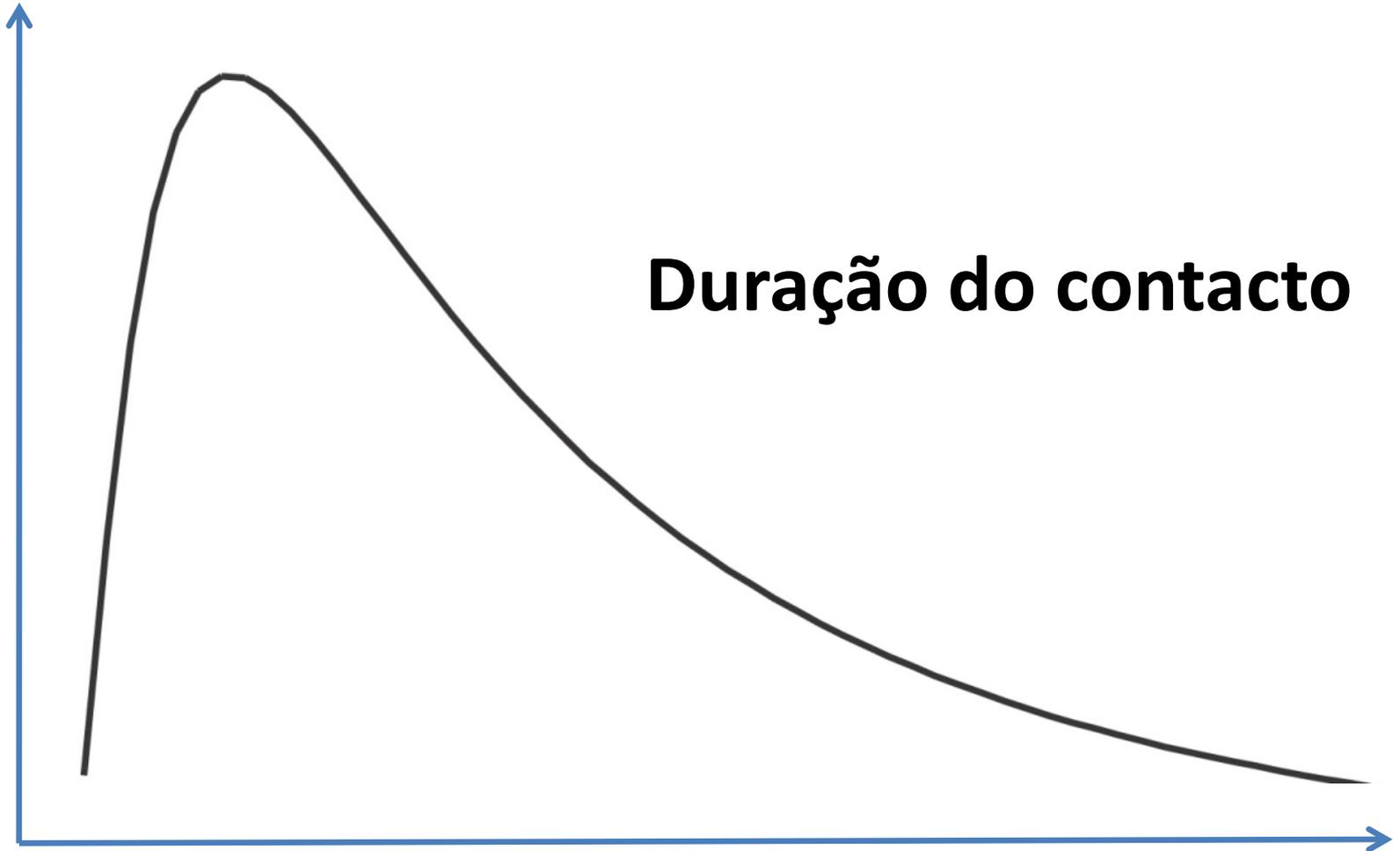
Call Centres = Gestão de Contactos



Ocorrência aleatória

O tempo aleatório.

Call-Centres



Processo de Ocorrência dos Contactos



$$P(\text{ocorr. em } \Delta t = 1) = \alpha$$

$$\mu(t) = \alpha t$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ com } \lambda = \frac{1}{\alpha}$$

$$\mu(t) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Processo de Ocorrência dos Contactos



Nº Ocorrências X em T : Processo de Poisson

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \text{ com } \mu = \alpha t$$



Agner Krarup Erlang (1878-1929)

Matemático Dinamarquês

Processo de Ocorrência dos Contactos



Duração de m serviços

$$f(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/\alpha}}{(m-1)! \alpha^m}$$

$$\alpha = \frac{1}{\lambda}$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$E(x) = m \alpha$$

$$V(x) = m \alpha^2$$



Distribuição de Erlang

Processo de Ocorrência dos Contactos



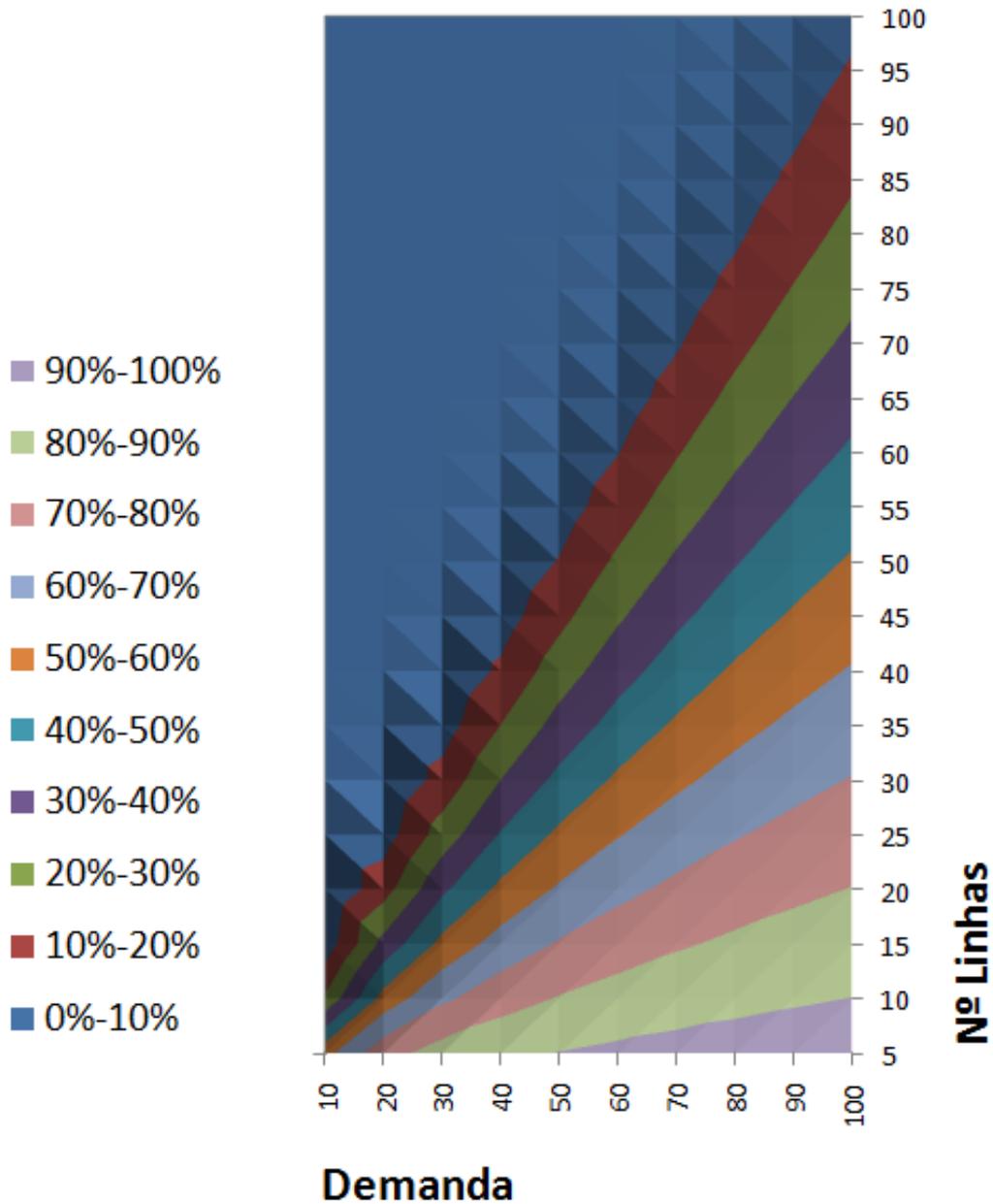
$$C = \frac{d^L / L!}{1 + \frac{d^1}{1!} + \frac{d^2}{2!} + \dots + \frac{d^L}{L!}}$$

Fórmula de Erlang

d=Demanda → Duração média do atendimento
demandado total / T
= "Erlang"

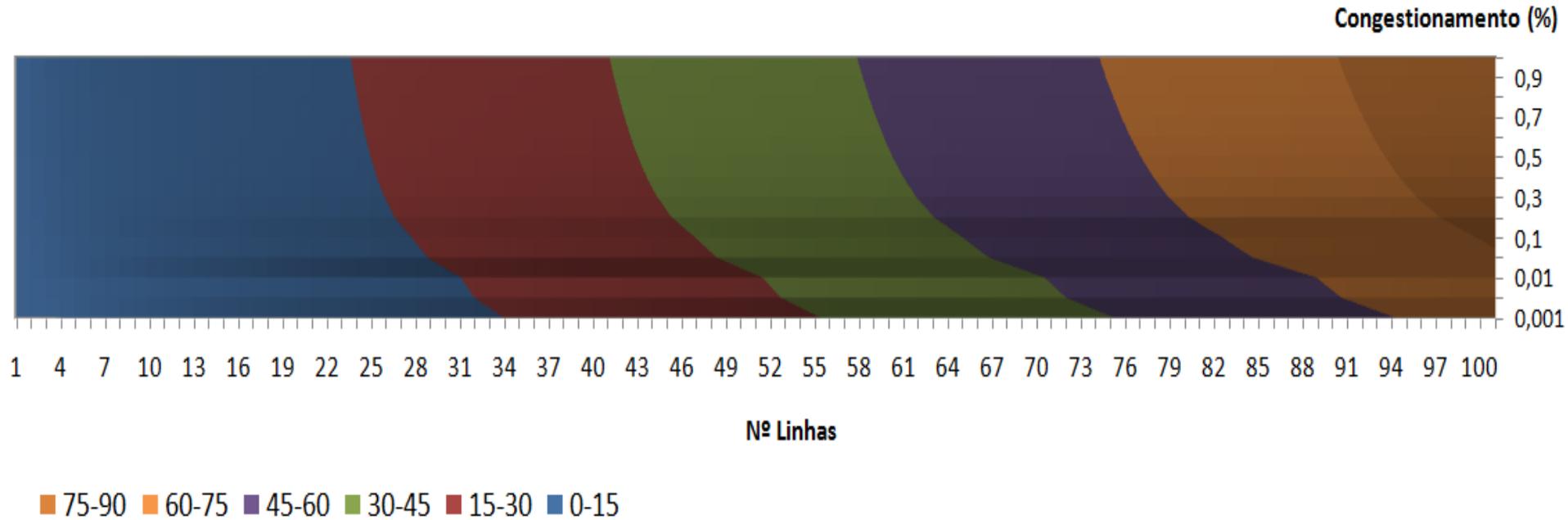
L=Nº operadores

C=Congestionamento
= % chamadas não atendidas

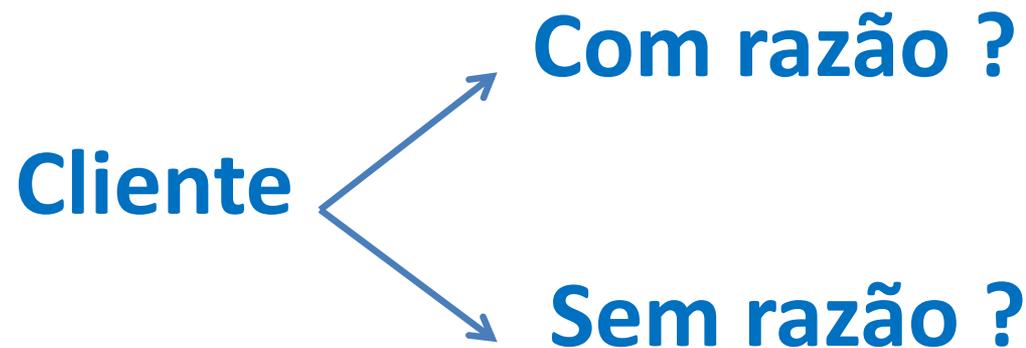


Probabilidade de ocorrência de congestionamento

Demanda para um nº de linhas disponíveis e um congestionamento desejado.



3. A Matemática da Decisão



2 Tipos de Erro de juízo

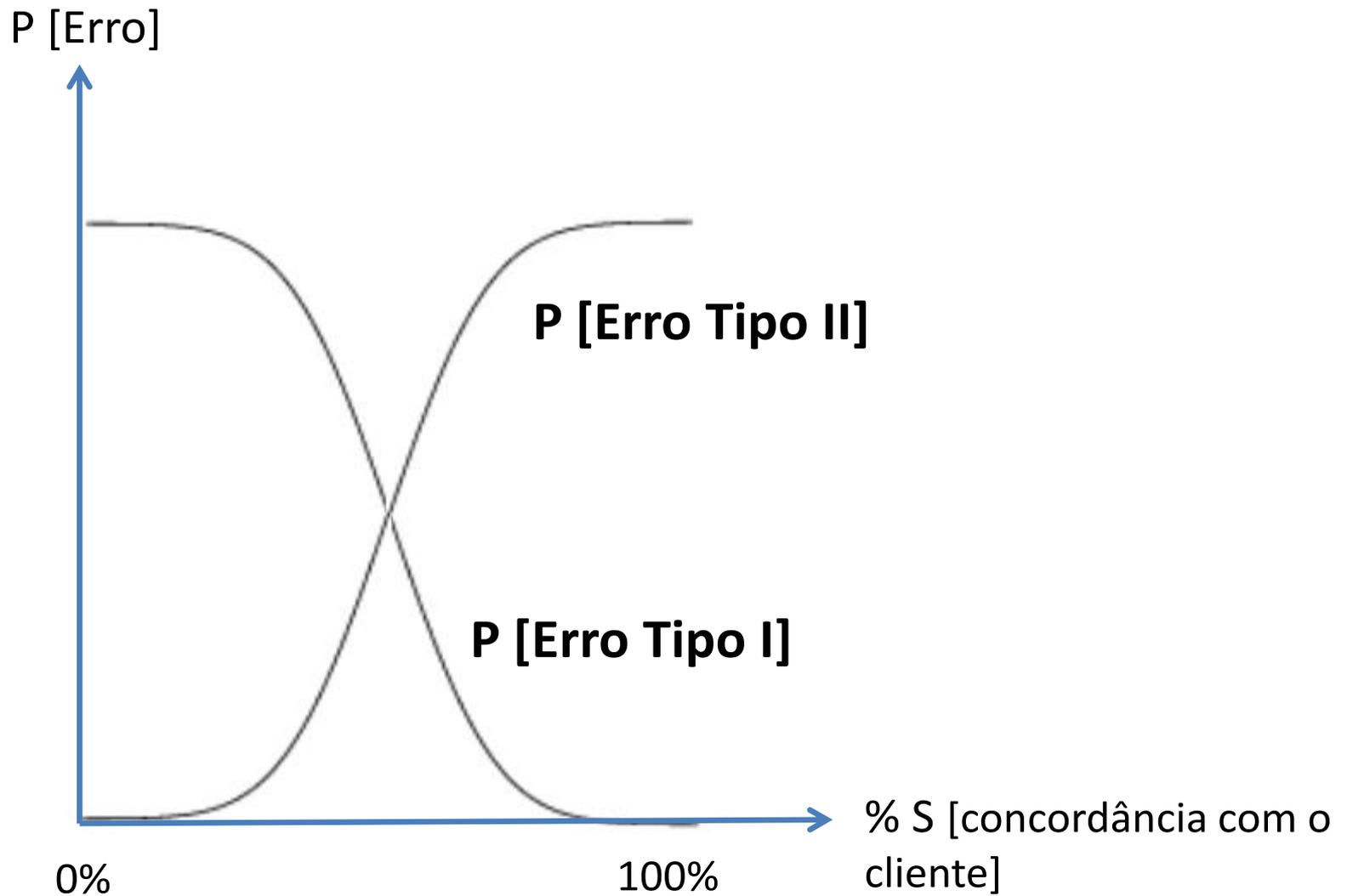
- **Erro Tipo I :**

Rejeitar a posição do Cliente , tendo razão

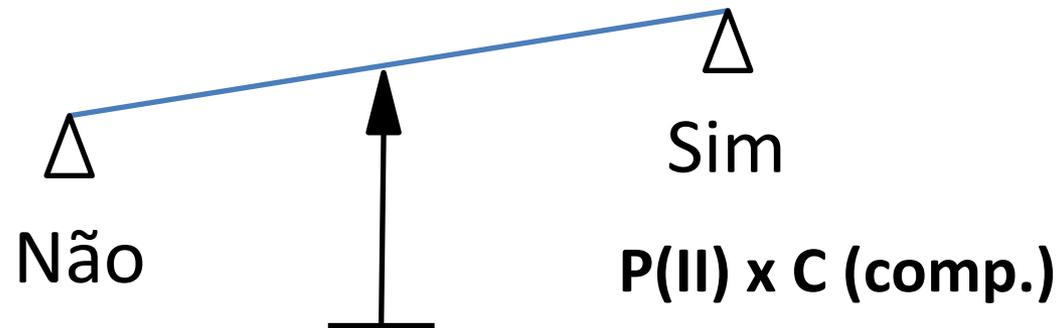
- **Erro Tipo II :**

Aceitar a posição do Cliente , não tendo razão

Probabilidade de Erro



Qual o S óptimo ?



C (Gestão/litigância)

+

Eventuais Perdas de Receita

$C(\text{comp}) < L \rightarrow S^* = 100\%$!

$C(\text{comp})$

